Corso di laurea in Fisica, a.a. 2020/21, Analisi - 2 settembre 2021
(N. Ansini - G. Galise - C. Pinzari - M. Ponsiglione)

Nome: *Cognome:*

Regole: Voto minimo di ogni esercizio = 0. Esercizi 1-4: risposta giusta = 1, risposta omessa = 0, risposta sbagliata =-0.5. Esercizo 5: punti 0-9. Esercizo 6: punti 0-7.

Esercizio 1 Siano $A = \left\{\frac{(-1)^n}{n} \ : \ n \in \mathbb{N}\right\}$ e $B = \left\{x \in \mathbb{R} \ : \ x|x| > \frac{1}{100}\right\}$

1. $\sup A \cap (-\infty, 0) = 0$ V F
2. $\inf B \leq 0$ V F
3. $A \cap B$ ammette massimo V F
4. $x = 0$ è un punto di accumulazione per A V F

Esercizio 2 Sia data la funzione $f(x) = \ln|e^x - 3| - |x|$

1. $\lim_{x \to \ln 3} f(x) = -\infty$ V F
2. $y = x + \ln 3$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$ V F
3. $f'(\ln 4) = 5$ V F
4. f è concava in $(-\infty, 0)$ V F

Esercizio 3 Si consideri la funzione $g(x) = 1 - e^{-x^2}$

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{g(x)}{x^2}\, dx < +\infty$ V F
2. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} g\left(\frac{1}{n}\right)$ è divergente V F
3. La funzione $G(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\, dt$ è crescente in $\mathbb{R}$ V F
4. $G(x) - g(x) = -x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$ V F

Esercizio 4 Si consideri l'equazione differenziale $y'' - 3y' + 2y = f(t)$

1. Se $f(t) \equiv 0$ allora $y_1(t) = e^t$, $y_2(t) = e^{2t}$ sono due soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione V F
2. Se $f(t) \equiv 0$ allora esiste una soluzione costante dell'equazione V F
3. Se $f(t) \equiv 1$ allora $y(t) = t$ è soluzione V F
4. Se $f(t) \equiv 1$ allora l'equazione ammette infinite soluzioni convesse in $\mathbb{R}$ V F

Esercizio 5 Data la funzione
$$f(x) = \frac{|x-1|}{|x|-1}$$

1. determinare il dominio di f e studiarne il segno;
2. studiare gli asintoti, continuità e derivabilità ;
3. studiare punti di max, min e flessi evidenziando gli eventuali intervalli in cui la funzione f e' convessa;
4. disegnarne il grafico approssimativo.

Esercizio 6 Calcolare a scelta uno dei seguenti integrali

$$\int_1^{1+(\frac{\pi}{2})^4} \sin(\sqrt[4]{x-1})\,dx$$

$$\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} x\sin(x^2)\cos(x^2)\,dx$$